数学演習Ｉの演習レポート（ａ）

提出日：平成 23 年 6 月 14 日
番　号：
名　前：

問題　関数Δが $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{\Delta(x)}{x-a}=0$ を満たすとき，この性質をしばしばつぎのように表わす.

$$\Delta(x)=o(x-a)\quad (\ x\to a\ )$$

例えば：　$x^2=o(x)$ $(\ x\to 0\ )$，　$x^2=2x-1+o(x-1)$ $(\ x\to 1\ )$など.

関数fが$x=a$において微分可能のとき，つぎのように表現できることを示せ.

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+o(x-a)\quad (\ x\to a\ )$$

解答（数式のみの羅列は不可）

質問事項（授業内容に関するものに限る）

教員の回答：

数学演習解答例（６月 14 日の課題ａ）

$\Delta(x) = f(x) - f(a) - f'(a)(x-a)$ とおいて，$\Delta(x) = o(x-a)$ ($x \to a$) を示せばよい. 実際,

$$\frac{\Delta(x)}{x-a} = \frac{f(x)-f(a)}{x-a} - f'(a)$$

において $x \to a$ とすると，右辺第１項は $f'(a)$ に収束するから，

$$\lim_{x\to a} \frac{\Delta(x)}{x-a} = 0$$

が成立つ．よって，$\Delta(x) = o(x-a)$ ($x \to a$)；すなわち，

$$f(x) - f(a) - f'(a)(x-a) = o(x-a) \quad (x \to a)$$

と書ける．左辺第１項以外の項を移項すれば，

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + o(x-a) \quad (x \to a)$$

となる．□

事前説明のメモ（教員用）

・関数 f の点 $x=a$ における微分可能性および微分係数 $f'(a)$ について説明する.
・対応：$x \mapsto f'(x)$ を f の導関数と呼び，慣例として同じ f' で表わすことを説明する.
・文字 o は，$x \to 0$ より速く消滅する関数を抽象的に表わす記号であることを説明する.
　併せて，

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+o(x-a) \quad (x \to a)$$

　と書けるとき，f は $x=a$ において微分可能であること（演習課題の逆）を説明し，
　演習問題へのヒントとする.

以下余白