

数学演習 I の演習レポート (a)

提出日：平成 23 年 7 月 12 日

番 号：

名 前：

問題 関数 f と 2 つの定数 $a < b$ に対し、関数 g があって、 $g(0) = a$ 、 $g(1) = b$ および

$$f(g(x)) \cdot g'(x) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

という関係が成立しているとする。つぎの等式を証明せよ。

$$\int_a^b f(x) dx = 1$$

解答 (数式のための羅列は不可)

質問事項 (授業内容に関するものに限る)

教員の回答：

数学演習解答例（7月12日の課題 a）

F を f の原始関数とする。まず、微分積分の基本定理により、

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

が成立つ。つぎに、合成関数の微分公式と仮定により、つぎの等式を得る。

$$(F(g(t)))' = 1, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

この両辺を $t=0$ から $t=1$ まで積分すると、等式

$$F(g(1)) - F(g(0)) = 1 - 0$$

となり、左辺に $g(0) = a$, $g(1) = b$ を代入すると、

$$F(b) - F(a) = 1.$$

これより、始めの等式の右辺は1。すなわち、

$$\int_a^b f(x)dx = 1$$

であったことがわかる。□

事前説明のメモ（教員用）

- ・問題 a へのヒントとして，置換積分の公式

$$\int_{g(0)}^{g(1)} f(x)dx = \int_0^1 f(g(t))g'(t)dt$$

の出し方を説明したうえで，上記公式を解答の出発点とせず，同様の筋書きを辿るよう指示する．

以下余白