

数学演習 I の演習レポート (a)

提出日：平成 23 年 6 月 7 日

番 号：

名 前：

問題 関数 $f : (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ をつぎにより定義する.

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos x)^n, \quad -\pi < x < +\pi$$

f は $x = 0$ において連続かどうかを調べよ.

解答 (数式のための羅列は不可)

質問事項 (授業内容に関するものに限る)

教員の回答：

数学演習解答例（6月7日の課題 a）

$x \neq 0$ のとき $|\cos x| < 1$ であるから、 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos x)^n = 0$.

よって、 $x \neq 0$ が限りなく 0 に近づくときに $f(x)$ の近づく先である $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ は 0 .

一方 $x = 0$ のときは $\cos x = 1$ であるから、 $f(0) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1^n = 1$.

以上から、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$. すなわち連続でない。□

事前説明のメモ（教員用）

- ・数列と関数と収束，および関数の1点における連続の定義を説明する．
- ・ひとつの話題として，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^n \neq \lim_{x \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos x)^n$$

を説明し，演習問題へのヒントとする．

以下余白