

数学演習 I の演習レポート (a)

提出日：平成 23 年 5 月 24 日

番 号：

名 前：

問題 $c = a + ib$ を複素平面の原点を中心とする単位円上の任意の点とするとき、 c と $1/c$ は実軸に関して対称の位置にある（互いに複素共役である）ことを、

$$\frac{1}{a + ib}$$

を $p + iq$ の形に変形することによって示せ.

解答（数式のための羅列は不可）

質問事項（授業内容に関するものに限る）

教員の回答：

数学演習解答例（5月24日の課題a）

$\frac{1}{a+ib}$ の分母と分子に $a-ib$ をかけると、

$$\frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{(a-ib)(a+ib)} = \frac{a-ib}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - i \frac{b}{a^2+b^2}.$$

さらに、 $c = a+ib$ が原点を中心とする単位円上にあることから、 $a^2+b^2=1$ なので、

$$\frac{1}{a+ib} = a-ib$$

が成立つ。すなわち、

$$\frac{1}{c} = a-ib$$

であるとわかる。□

（参考）解法に指定がないときは、例えばつぎのようにやってもよい。

一般に $c\bar{c} = |c|^2$ であり、今の場合 c は原点を中心とする単位円上、すなわち $|c|=1$ であるから、 $c\bar{c} = 1$ が成立つ。これから、

$$\frac{1}{c} = \bar{c}$$

であることがわかる。□

事前説明のメモ（教員用）

- 虚数単位の導入により数を複素数に拡張すると，代数方程式が常に解をもつことがいえること（代数学の基本定理）を証明無しに説明する．
- 複素数に関するつぎの用語の定義と表現およびそれらの関係を説明する：
実部，虚部，絶対値，共役複素数，複素平面
その際，解答例の別解を例題として説明する．
- 複素数の四則演算をあらためて説明のうえ，結果が再び $a + ib$ の形に書ける（複素数全体が体をなす）ことを説明する．

以下余白