

## 数学演習 I 第 2 回レポート (b)

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

(質問事項は裏側に記入のこと)

問: 以下の式の値を求めなさい。

$$\tan^{-1} \frac{3}{4} + \tan^{-1} \frac{4}{3}$$

質問事項 (授業内容に関する物に限る)

教員の回答:

解答例:

$$\tan^{-1} \frac{3}{4} = \alpha \quad \left( -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \right) \quad (1)$$

$$\tan^{-1} \frac{4}{3} = \beta \quad \left( -\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (2)$$

とおくと、

$$(1) \text{ より、 } \tan \alpha = \frac{3}{4} \left( \frac{3}{4} > 0 \text{ より、 } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right) \quad (3)$$

$$(2) \text{ より、 } \tan \beta = \frac{4}{3} \left( \frac{4}{3} > 0 \text{ より、 } 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (4)$$

ここで、加法定理から

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{2}{0}$$

となり、 $\tan(\alpha + \beta)$  は不定となる。

$\tan \theta$  が不定となるのは  $\theta$  が  $\frac{\pi}{2}$  または  $-\frac{\pi}{2}$  のときのみ。

また、題意より  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$  なので、 $0 < \alpha + \beta < \pi$

以上より、

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

(1), (2) を (5) に代入して、

$$\tan^{-1} \frac{3}{4} + \tan^{-1} \frac{4}{3} = \frac{\pi}{2}$$

(その他の解法として、3 : 4 : 5 の直角三角形から導いても良い。)

## 事前説明のメモ (教員用)

- 逆関数について説明する。
- 三角関数の逆関数について簡単に説明する。
- 逆三角関数の定義域と値域を説明する。(できればグラフで)
- 途中までヒントを与える。または今年の  $\sin^{-1}$  の問題を例としてあげる。

以下余白