2015. 7.29

アルゴリズムとデータ構造

Ibaraki Univ. Dept of Electrical & Electronic Eng.

Keiichi MIYAJIMA

難しい問題とその対応

問題の分類

コンピュータはすべての問題を解決できるわけではない。

例：２つのn個の文字列の組

$$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n),$$
$$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$$

が与えられる。

重複を許して、xと y から対応する文字列を選んでそれぞれ連接したとき

$$x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_j} = y_{i_1}, y_{i_2}, \cdots, y_{i_j}$$

となる選び方 $i_1, i_2, \cdots, i_j$ が存在するか否かを判定せよ。

問題の分類

例えば

$$x = (a, aba), y = (aa, b)$$ とすると、

$$i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 1$$ とおけば、

$$x_1\, x_2\, x_3 = aabaa = y_1\, y_2\, y_3$$

となり、答えは“yes”。

一方、$x = (a, aba, bb),\ y = (ba, b, abb)$ とすると、

i_1 として1，2，3のどれをとっても先頭の文字列が異なるので、答えは“no”となる。

このように、x, y を具体的に与えられれば、答えを求めることができる場合があるが、 x, y を一般的な文字列の組としたとき、この問題を解くアルゴリズムは存在しない。

問題の分類

コンピュータはすべての問題を解決できるわけではない。

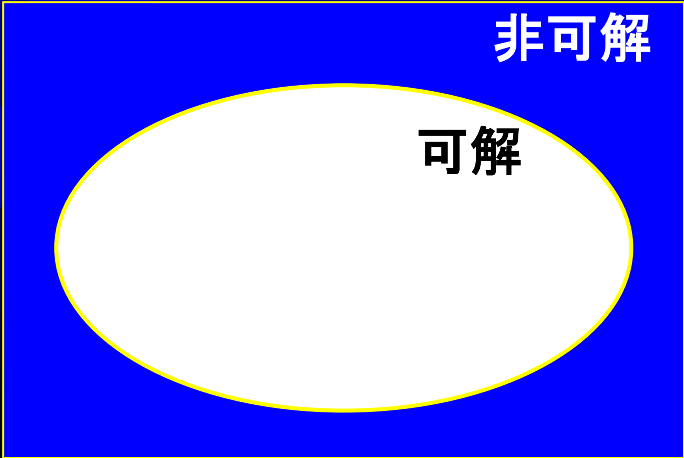
問題を解くアルゴリズムが存在しない問題：

非可解

問題を解くアルゴリズムが存在する問題：

可解，計算可能

問題の集合



問題の分類

コンピュータは可解であっても問題を解決できるわけではない。

効率の良いアルゴリズムが存在しないので、実際上は説くことが難しい問題：

手に負えない問題（intractable）

効率の良いアルゴリズムが存在する問題：

扱える問題（tractable）

問題の集合

問題の分類

コンピュータは可解であっても問題を解決できるわけではない。

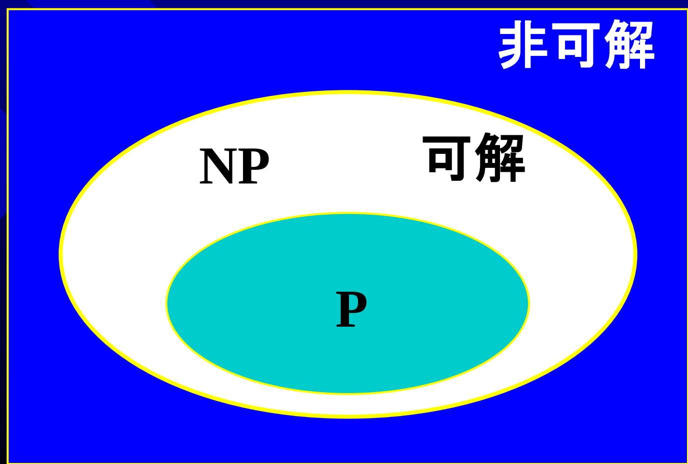
効率の良いアルゴリズムが存在しないので、実際上は説くことが難しい問題:

NP問題
（Non-deterministic Polynomial）

効率の良いアルゴリズムが存在する問題:

P問題
（Polynomial）

問題の集合



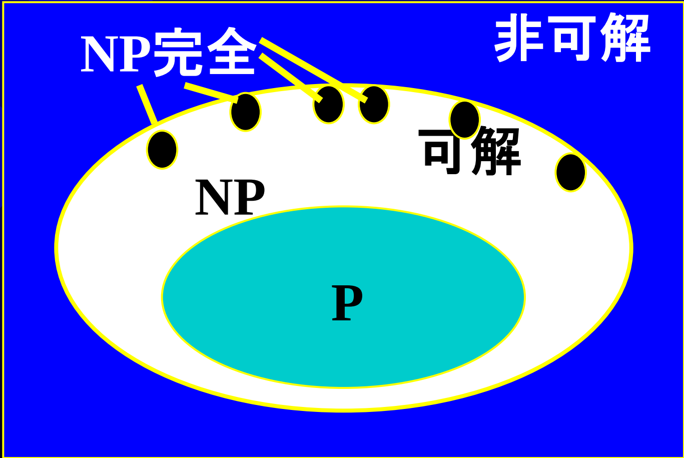
NP-完全問題

NP問題の中でもっとも難しいもの

NP-完全問題
（NP-Complete）

もし、どれか一つのNP-完全問題に効率の良いアルゴリズムが存在するならば、すべてのNP-完全問題に効率の良いアルゴリズムが存在する。

問題の集合



NP-完全問題の例

あなたは冒険者である。冒険の末、あなたはn個の宝の山を見つけた。しかし、あなたの背負い袋には最大でW_{MAX}の重さまでしか宝を入れられない。

今、宝1の価値がv_1で重さがw_1、宝2の価値が v_2で重さが w_2 、･･･宝nの価値が v_nで重さが w_n であるとき、どのように宝を選べば背負い袋に入る宝の価値の合計が最大となるか？

その他、巡回セールスマン問題など･･･

NP-完全問題の例

例のような、ナップザック問題や巡回セールスマン問題のような問題のことを

最適化問題

一見すると簡単なように見えるが・・・

“**最適**”なものを見つけるためには、**すべての可能な組み合わせを試して**、その中から“**最適**”なものを見つけなければならない。

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

階乗は指数関数で近似されるので n が大きくなると爆発的に大きくなる

近似アルゴリズム

通常、NPに属する問題をコンピュータで扱うときは、解の精度を少し犠牲にして、その代わりに計算時間を現実的なものにしようと考える。

近似アルゴリズム（approximation algorithm）

近似アルゴリズムで得た解を

近似解、近似値

実際のコンピュータ制御で動くものは、ほとんどすべて近似解で動いている。

P versus NP

クラスPとクラスNPにおいて $P \subseteq NP$ であることは容易に示される。

では、果たして

$P = NP$ なのか？

$P \neq NP$ なのか？

大方の予想は $P \neq NP$ であるが、現在でもわかっていない。

一番最初に証明できた者には賞金100万USドル！！

本日のまとめ

- P問題,NP問題

本日の課題

本日の課題はありません。

確認試験について

講義の最後に口頭で説明します。

日時：8月5日（水）10：30～

場所：E1棟23教室